# Klasse 6 Algebra

## 1. Teilbarkeit

**Quersummenregel:** Eine Zahl ist durch **3** (**9**) teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 (9) teilbar ist.
**Endstellenregeln**:
Eine Zahl ist durch **2** teilbar, wenn sie auf 0, 2, 4, 6, oder 8 endet.
Eine Zahl ist durch **5** teilbar, wenn sie auf 0 oder 5 endet.
Eine Zahl ist durch **4** teilbar, wenn die aus den letzten zwei Ziffern gebildete Zahl durch 4 teilbar ist.
Eine Zahl ist durch **25** teilbar, wenn sie auf 00, 25, 50 oder 75 endet.

**Regeln für 12, 15, 18 und 24:**
Eine Zahl ist durch **12** teilbar, wenn sie durch 3 und durch 4 teilbar ist.
Eine Zahl ist durch **15** teilbar, wenn sie durch 3 und durch 5 teilbar ist.
Eine Zahl ist durch **18** teilbar, wenn sie durch 2 und durch 9 teilbar ist.
Eine Zahl ist durch **24** teilbar, wenn sie durch 3 und durch 8 teilbar ist.

Die **Teilermenge** einer Zahl enthält alle ihre Teiler.
*Bsp.:* $T_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

## 2. Primzahlen

Eine Zahl, deren Teilermenge **genau zwei** Elemente enthält, heißt **Primzahl**.
*Primzahlen: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 ...*

**Primfaktordarstellung**:
Jede Zahl lässt sich **eindeutig** in ein Produkt von Primzahlen zerlegen.
*Bsp.:* $20 = 2 \cdot 10$
$= 2 \cdot 2 \cdot 5$
$= 2^2 \cdot 5$

## 3. kgV und ggT

**Größter gemeinsamer Teiler ggT**
**Kleinstes gemeinsames Vielfaches kgV**

Für **ggT** werden die gemeinsamen Primfaktoren genommen.
*Bsp.:* $ggT(100; 40) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$

*weil* $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$ *und* $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$

Für **kgV** wird jede Primzahlgruppe dort, wo sie am häufigsten auftritt, genommen.

$kgV(100; 60) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 300$

*weil* $100 = 2 \cdot 2 \quad \cdot 5 \cdot 5$ und
$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 =$

## 4. Brüche

### 4.1 Grundbegriffe

Brüche haben die Form $\frac{z}{n}$ mit $z \in \mathbb{N}_0$, $n \in \mathbb{N}$. z heißt der **Zähler**, n der **Nenner** des Bruches.

| Bedingung | Bezeichnung |
|---|---|
| z > n | Unechter Bruch |
| z < n | Echter Bruch |
| z = 1 | Stammbruch |
| n teilt z | Scheinbruch |

Unechte Brüche kann man in **gemischte Zahlen** umwandeln
*Bsp.:* $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$.

### 4.2 Bruchzahlen

Zu jeder Bruchzahl gehören unendlich viele verschiedene Brüche *Bsp.:* $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$.

$\mathbb{B}_0$ = Menge der Bruchzahlen. Es gilt: $\mathbb{N}_0 \subset \mathbb{B}_0$ ($4 \in \mathbb{B}_0$, $\frac{3}{7} \in \mathbb{B}_0$).

$$\mathbf{z : n} = \frac{z}{n}$$

### 4.3 Formänderung von Brüchen

**a) Erweitern** eines Bruches bedeutet: Zähler und Nenner werden mit derselben natürlichen Zahl multipliziert.
$\frac{z}{n} = \frac{z \cdot k}{n \cdot k}$, $k \in \mathbb{N}$ *Bsp.:* $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$

**b) Kürzen** eines Bruches bedeutet: Zähler und Nenner werden durch einen gemeinsamen Teiler k dividiert.
$\frac{z}{n} = \frac{z:k}{n:k}$, $k \in \mathbb{N}$ *Bsp.:* $\frac{14}{21} = \frac{14:7}{21:7} = \frac{2}{3}$

Einen Bruch, den man nicht mehr kürzen kann, nennt man **vollständig gekürzt** (= **Grundform** des Bruches).

### 4.4 Anordnung der Bruchzahlen

Von zwei Brüchen mit gleichem Zähler ist derjenige der größere, der den kleineren Nenner hat. *Bsp.:*

$\frac{4}{9} < \frac{4}{7}$

Von zwei Brüchen mit gleichem Nenner ist derjenige der größere, der den größeren Zähler hat. *Bsp.:*

$\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$

Brüche mit verschiedenen Nennern bringt man vor dem Vergleichen auf den **Hauptnenner** (= kgV aller Nenner).

### 4.5 Addieren und Subtrahieren

Brüche mit gleichem Nenner werden addiert (subtrahiert), indem man die Zähler addiert (subtrahiert) und den Nenner beibehält.

*Bsp.:* $\frac{3}{11} + \frac{4}{11} = \frac{7}{11}, \quad \frac{7}{13} - \frac{3}{13} = \frac{4}{13}$

Brüche mit verschiedenen Nennern erweitert man zuerst auf den **Hauptnenner**.

*Bsp.:* $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$

### 4.6 Multiplizieren

Brüche werden multipliziert, indem man zuerst soweit wie möglich kürzt, und dann Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

**Bsp.:** $\frac{3}{8} \cdot \frac{12}{9} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2}$

Gemischte Zahlen müssen vor dem Multiplizieren in unechte Brüche verwandelt werden.

### 4.7 Dividieren

**Bruch : Bruch = Bruch · Kehrbruch**

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$ *Bsp.:* $\frac{3}{14} : \frac{6}{7} = \frac{3 \cdot 7}{14 \cdot 6} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$

### 4.8 Bruchteil eines Bruches

Das Wort “von“ wird nach einem Bruch durch „ · “ ersetzt.

*Bsp.:* $\frac{2}{5}$ von $\frac{3}{8}$ kg $= \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}$ kg $= \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 4}$ kg $= \frac{3}{20}$ kg

## 5. Dezimalschreibweise

Zahlen wie z.B. 1,356 heißen **Dezimalbrüche**. Dabei bedeutet die 1.(2.,3.,...) Stelle hinter dem Komma Zehntel (Hundertstel, Tausendstel,....).Die Ziffern hinter dem Komma heißen **Dezimalen.**

*Bsp.:* $0{,}04 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$; $\quad 1{,}234 = 1\frac{234}{1000} = 1\frac{117}{500}$

### 5.1 Ordnen von Dezimalbrüchen nach der Größe

Von zwei Dezimalbrüchen ist derjenige der größere, der von links nach rechts gelesen zuerst eine höhere Ziffer hat.
*Bsp.:* 1,2345 < 1,2346

### 5.2 Runden von Dezimalbrüchen

Ist die erste wegzulassende Ziffer 0 ,1, 2, 3, 4, so wird abgerundet, ist sie 5, 6, 7, 8, 9, so wird aufgerundet.

*Bsp.:* Runden auf: 1 Dez. 2 Dez. 3 Dez.
*3,4564* *≈3,5* *≈3,46* *≈3,456*

### 5.3 Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen

Addition (Subtraktion) der Stellen gleichen Wertes
*Bsp.: 3,76 + 4,32 = 8,08*

### 5.4 Multiplikation und Division mit Zehnerpotenzen

Verschieben des Kommas um so viele Stellen nach rechts (links), wie die Stufenzahl Nullen hat.
*Bsp.: 2,04 · 1000 = 2040; 14,73 : 100 = 0,1473*

### 5.5 Multiplikation von Dezimalbrüchen

Die Kommas bleiben beim Multiplizieren zunächst unberücksichtigt.
Das Ergebnis erhält so viele Dezimalen, wie die Faktoren zusammen haben.

*(z.B.: 1,86 · 0,54*
*930*
*744*
*1,0044 )*

### 5.6 Division durch eine natürliche Zahl

Vor dem Herabholen der 1. Ziffer hinter dem Komma wird im Ergebnis das Komma gesetzt.
*Bsp.: 9,2 : 8 = 1,15*

### 5.7 Division durch einen Dezimalbruch

Keine Quotientenwertänderung, wenn man bei beiden Zahlen das Komma um gleich viele Stellen in gleicher Richtung verschiebt (=**gleichsinnige Kommaverschiebung).**
Das Komma wird beim Divisor so weit verschoben, bis er eine natürliche Zahl ist.
*Bsp.: 2,56 : 1,6 = 25,6: 16 = 1,6*

### 5.8 Umformen gewöhnlicher Brüche in Dezimalbrüche und umgekehrt

**Gewöhnlicher Bruch ↦Periodischer Dezimalbruch**

$\mathbf{\frac{z}{n}}$ = **z:n** = ergibt einen

- **endlichen Dezimalbruch,** wenn der Nenner des vollständig gekürzten Bruchs **nur** die Primfaktoren 2 oder 5 enthält.

- **unendlichen periodischen Dezimalbruch** sonst.

Die sich wiederholende Ziffernfolge heißt **Periode.**

**Periodischer Dezimalbruch $\mapsto$Gewöhnlicher Bruch**

Falls die Periode direkt hinter dem Komma beginnt:

Zähler = Periode ,
Nenner = so viele Neunen, wie die Periode Ziffern hat.

*Bsp.:* $0,\overline{23} = \frac{23}{99}$

Falls die Periode nicht direkt hinter dem Komma beginnt: Multiplikation mit einer passenden Stufenzahl!

## 5.9 Intervalle

Ein Intervall ist die Zahlenmenge zwischen den Grenzzahlen.

| | | |
|---|---|---|
| [3; 7] | $3 \le x \le 7$ | Abgeschlossenen Intervall |
| [3; 7[ | $3 \le x < 7$ | Halboffenes Intervall |
| ]3; 7[ | $3 < x < 7$ | Offenes Intervall |