

1. Die zentrische Streckung

1.1 Abbildungsvorschrift

Bei einer zentrischen Streckung wird jedem Punkt P der Zeichenebene genau ein Punkt P' zugeordnet. Dabei gilt:

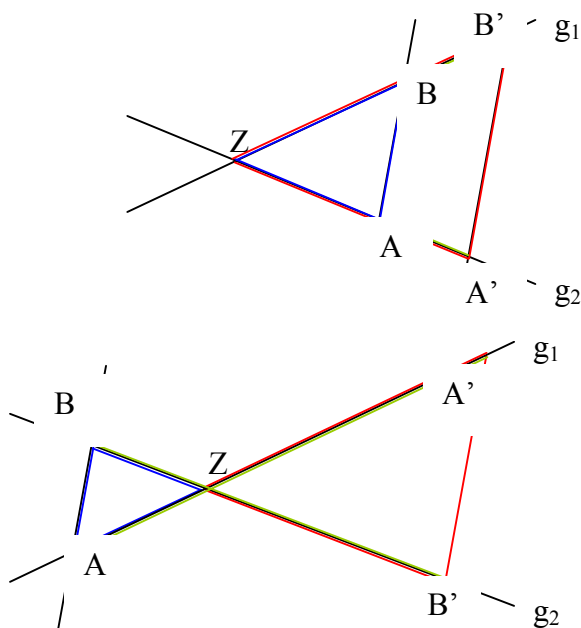
- Es gibt genau einen Fixpunkt (Zentrum; meist Z).
- Für jeden anderen Punkt P gilt: P' liegt auf der Geraden ZP und $\overline{ZP'} = m \cdot \overline{ZP}$.
m wird als Streckungsfaktor bezeichnet.

1.2 Eigenschaften:

- **Geradentreue:** Bei einer zentrischen Streckung wird eine Gerade auf eine dazu parallele Gerade abgebildet. Eine Strecke wird auf eine dazu parallele Strecke der |m|-fachen Länge abgebildet.
- **Winkeltreue:** Bei einer zentrischen Streckung wird ein Winkel auf einen gleichsinnig-kongruenten Winkel abgebildet.
- **Verhältnistreue:** Werden bei einer zentrischen Streckung zwei Strecken abgebildet, so ist der Quotient der Bildstreckenlängen gleich dem Quotienten der entsprechenden Ausgangsstreckenlängen.
- **Zusammenhang der Flächeninhalte:** Die Bildfigur hat den m^2 -fachen Flächeninhalt.

2. Der Strahlensatz

Voraussetzung: Zwei sich schneidende Geraden werden von zwei zueinander parallelen Geraden geschnitten.



2.1 Strahlensatz:

- Je zwei Abschnitte auf g_1 verhalten sich wie die entsprechenden Abschnitte auf g_2 .
- Die Abschnitte auf den Parallelen verhalten sich wie die von Z aus gemessenen entsprechenden Abschnitte auf g_1 (bzw. g_2).

Beispiele:

Erster Strahlensatz:

$$\frac{\overline{ZA'}}{\overline{ZA}} = \frac{\overline{ZB'}}{\overline{ZB}} \quad \text{und} \quad \frac{\overline{AA'}}{\overline{ZA}} = \frac{\overline{BB'}}{\overline{ZB}}$$

Zweiter Strahlensatz:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{ZA'}}{\overline{ZA}} \quad \text{und} \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{ZB'}}{\overline{ZB}}$$

2.2 Folgerungen:

- In jedem Dreieck ist die Verbindungsstrecke zweier Seitenmitten parallel zur dritten Seite und halb so lang wie diese.
- In jedem Dreieck schneiden sich die Seitenhalbierenden im Schwerpunkt S. Dabei teilt S jede Seitenhalbierende im Verhältnis 2:1. (Die längere Strecke ist die Strecke vom Eckpunkt zum Schwerpunkt.)

3. Ähnlichkeitssätze

WW-Satz: Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in zwei Winkeln übereinstimmen.

S:S:S-Satz: Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn sie im Verhältnis ihrer Seiten übereinstimmen.

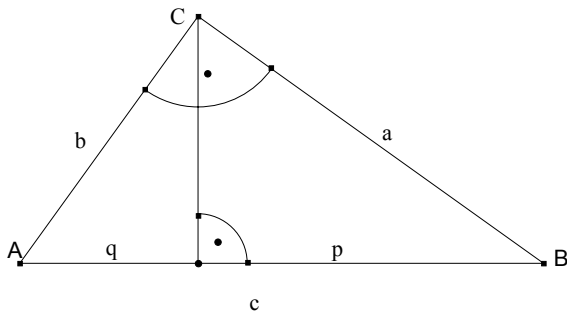
S:W:S-Satz: Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn sie im Verhältnis zweier Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen.

S:s:W-Satz: Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn sie im Verhältnis zweier Seiten und dem Gegenwinkel der größeren Seite übereinstimmen.

Schreibweise: Dreieck₁ ~ Dreieck₂

Umkehrung: Sind zwei Dreiecke ähnlich, so stimmen sie in den Winkeln überein und die Verhältnisse entsprechender Seiten sind gleich.

4. Die Satzgruppe des Pythagoras



Höhensatz: In jedem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Höhe flächengleich dem Rechteck aus den beiden Hypotenusenabschnitten.

$$h^2 = p \cdot q$$

Kathetensatz: In jedem rechtwinkligen Dreieck ist jedes Kathetenquadrat flächengleich dem Rechteck aus der Hypotenuse und dem der Kathete anliegenden Hypotenusenabschnitt.

$$a^2 = c \cdot p \text{ bzw. } b^2 = c \cdot q$$

Satz des Pythagoras: In jedem rechtwinkligen Dreieck ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Merke: Der Kehrsatz ist ebenfalls gültig!

5. Sollte man wissen!

- **Diagonale im Quadrat:** $a\sqrt{2}$
- **Raumdiagonale im Würfel:** $a\sqrt{3}$
- **Höhe im gleichseitigen Dreieck:** $\frac{a}{2}\sqrt{3}$
- **Entfernung zweier Punkte:**

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$