

Übungsblatt: Binomische Formeln

1) ergänze!

a) $(p + q)^2 = p^2 + 2pq + p^2$
 b) $(d - 5)^2 = d^2 - 10d + 25$
 c) $(6 + x)^2 = 36 + 12x + x^2$
 d) $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$
 e) $(4 - m)^2 = 16 - 8m + m^2$
 f) $(9 + 3y)^2 = 81 + 54y + 9y^2$
 g) $(3x - 5)(3x + 5) = 9x^2 - 25$
 h) $\left(\frac{1}{2}a + b\right)^2 = \frac{1}{4}a^2 + ab + b^2$
 i) $\left(\frac{3}{4}m - 1\right)\left(\frac{3}{4}m + 1\right) = \frac{9}{16}m^2 - 1$

2) ergänze + oder - !

a) $(x + 8)^2 = x^2 + 16x + 64$
 b) $(p - 2q)^2 = p^2 - 4pq + 4q^2$
 c) $(2 + a)(2 - a) = 4 - a^2$
 d) $(9 + 14)^2 = 81 + 252 + 196$
 oder $(9 - 14)^2 = 81 - 252 + 196$

3) ergänze!

a) $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$
 b) $(a - 4)^2 = a^2 - 8a + 16$
 c) $(1 + b)^2 = 1 + 2b + b^2$
 d) $(3 - y)^2 = 9 - 6y + y^2$
 e) $(m - \frac{1}{2})^2 = m^2 - m + \frac{1}{4}$

4) Wende die binomische Formel an!

a) $(t + 15)^2 = t^2 + 30t + 225$
 b) $(14 + v)^2 = 196 + 28v + v^2$
 c) $(e + 11)^2 = e^2 + 22e + 121$
 d) $(d + 13)^2 = d^2 + 26d + 169$
 e) $(21 + n)^2 = 441 + 42n + n^2$

5) Wende die binomische Formel an!

a) $(8 - p)^2 = 64 - 16p + p^2$
 b) $(x - 17)^2 = x^2 - 34x + 289$
 c) $(18 - y)^2 = 324 - 36y + y^2$
 d) $(y - 16)^2 = y^2 - 32y + 256$
 e) $(d - 20)^2 = d^2 - 40d + 400$

6) Berechne

a) $(q + 19)(q - 19) = q^2 - 361$
 b) $(b - 26)(b + 26) = b^2 - 676$
 c) $(t + 23)(t - 23) = t^2 - 529$
 d) $(24 - m)(24 + m) = 576 - m^2$
 e) $(y - 35)(y + 35) = y^2 - 1225$

7) Berechne!

a) $(15 + k)^2 = 225 + 30k + k^2$
 b) $(b - 4)(b + 4) = b^2 - 16$
 c) $(c + 6)(c - 6) = c^2 - 36$
 d) $(x + 10)^2 = x^2 + 20x + 100$
 e) $(11 - q)(11 + q) = 121 - q^2$

8) Berechne!

a) $(x - 0,2)(x + 0,2) = x^2 - 0,04$
 b) $(0,1 - x)(0,1 + x) = 0,01 - x^2$
 c) $(x + 4,5)(x - 4,5) = x^2 - 20,25$
 d) $(x + 4,2)(x - 4,2) = x^2 - 17,64$
 e) $(x - 0,75)(x + 0,75) = x^2 - 0,5625$

9) Wende die binomischen Formeln an! 10) Berechne!

a) $(d - 1/5)^2 = d^2 - \frac{2}{5}d + \frac{1}{25}$
 b) $(a + 2/3)^2 = a^2 + \frac{4}{3}a + \frac{4}{9}$
 c) $(7/9 + a)^2 = \frac{49}{81} + \frac{14}{9}a + a^2$

a) $(3x - 1)(3x + 1) = 9x^2 - 1$
 b) $(5 + 2x)(5 - 2x) = 25 - 4x^2$
 c) $(4x + 8y)(4x - 8y) = 16x^2 - 64y^2$

11) Wende die binomischen Formeln an! 12) Berechne und fasse zusammen!

a) $(a^2 + 1)^2$	$= a^4 + 2a^2 + 1$	a) $(a + b)^2 + (a - b)^2$	$= 2a^2 + 2b^2$
b) $(x^2 - y^2)^2$	$= x^4 - 2x^2y^2 + y^4$	b) $(x + 4)^2 - (x - 1)^2$	$= 10x + 15$
c) $(6f^2 + 9)^2$	$= 36f^4 + 108f^2 + 81$	c) $(2u - v)^2 + (2u + v)^2$	$= 8u^2 + 2v^2$
d) $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$	$= a^4 - b^4$	d) $(5 + m)^2 - (3 - m)^2$	$= 16 + 16m$
e) $(x^2 - 9)(x^2 + 9)$	$= x^4 - 81$	e) $(7a - 1)^2 + (3a + 1)^2$	$= 58a^2 - 8a + 2$

Übungsblatt: Arithmetik

1) Löse Klammern auf und berechne!

a) $(5r + 2s) + (6r + 7s)$	$= 5r + 2s + 6r + 7s$	$= 11r + 9s$
b) $(10a + 8b) + (5a - 3b)$	$= 10a + 8b + 5a - 3b$	$= 15a + 5b$
c) $(24x + 18y) - (16x + 9y)$	$= 24x + 18y - 16x - 9y$	$= 8x + 9y$
d) $(60a - 20b) - (20a - 40b)$	$= 60a - 20b - 20a + 40b$	$= 40a + 20b$

2) Berechne!

a) $4 \cdot (14p - 15q)$	$= 56p - 60q$
b) $x \cdot (x^2 + 9x)$	$= x^3 + 9x^2$
c) $60u - 3 \cdot (15u + 8)$	$= 60u - 45u - 24 = 15u - 24$
d) $14 \cdot (3s + 4t) - 8 \cdot (5s - 3t)$	$= 42s + 56t - 40s + 24t = 2s + 80t$
e) $3 \cdot [40x - 2 \cdot (5x + 8) + 10 \cdot (2 - x)]$	$= 3 \cdot [40x - 10x - 16 + 20 - 10x]$ $= 120x - 30x - 48 + 60 - 30x$ $= 60x + 12$

3) Klammere gemeinsame Faktoren aus (faktorisiere) und prüfe das Ergebnis durch Ausmultiplizieren nach!

a) $2pr^2 + 2prh$	$= 2pr \cdot (r + h)$
b) $72x^3 + 48x^2 - 96x$	$= 12x \cdot (6x^2 + 4x - 8)$
c) $57a^2 - 21ab - 42ac$	$= 3a \cdot (19a - 7b - 14c)$
d) $x^2 - 3x + xy - 3y$	$= x \cdot (x - 3) + y \cdot (x - 3) = (x - 3) \cdot (x + y)$

4) Berechne!

a) $(13a - 13b) : 13$	$= \frac{(13a - 13b)}{13} = \frac{13 \cdot (a - b)}{13} = a - b$
b) $(18x + 27y) : 9$	$= \frac{(18x + 27y)}{9} = \frac{9 \cdot (2x + 3y)}{9} = 2x + 3y$
c) $(12px - 18qx) : 6x$	$= \frac{(12px - 18qx)}{6x} = \frac{6x \cdot (2p - 3q)}{6x} = 2p - 3q$
d) $(24qr - 21qs + 9q) : (-3q)$	$= \frac{-3q \cdot (-8r + 7s - 3)}{-3q} = -8r + 7s - 3$

5) Löse durch vorheriges Faktorisieren!

a)	$(9ab^2 - 6a^2b) : 3ab$	$= \frac{3ab \cdot (3b - 2a)}{3ab} = 3b - 2a$
b)	$(1,5uv - 2ux + 3,5u^2) : 0,5u$	$= \frac{0,5u \cdot (3v - 4x + 7u)}{0,5u} = 3v - 4x + 7u$
c)	$(8a + 4b) : (2a + b)$	$= \frac{4 \cdot (2a + b)}{2a + b} = 4$
d)	$(3a^2 - 27) : (a - 3)$	$= \frac{3 \cdot (a^2 - 9)}{a - 3} = \frac{3 \cdot (a - 3) \cdot (a + 3)}{a - 3} = 3 \cdot (a + 3) = 3a + 9$
e)	$(16x^2 - 4y^2) : (2x + y)$	$= \frac{4 \cdot (4x^2 - y^2)}{2x + y} = \frac{4 \cdot (2x - y)(2x + y)}{2x + y} = 4(2x - y) = 8x - 4y$

Übungsblatt: Gleichungssysteme

1. $x = \frac{1}{3}$ und $y = \frac{4}{3}$ $L = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{4}{3} \right\}$

2. $x = 7$ und $y = -5$ $L = \{7; -5\}$

3. $x = 2$ und $y = \frac{7}{2} = 3,5$ $L = \{2; 3,5\}$

4. $L = \{ \}$

5. $x = \frac{19}{11}$ und $y = -\frac{9}{22}$ $L = \left\{ \frac{19}{11}; -\frac{9}{22} \right\}$

6. $x = 10$ und $y = 6$

7. Tina: 15 Tante: 50

8. $x = -3; y = 2; z = -1$

Übungsblatt: Bruchterme

1. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$ c) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ d) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-4\}$

e) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{ -\frac{1}{4} \right\}$ f) $D = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$ g) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$ h) $D = \mathbb{Q}$

i) $D = \mathbb{Q} \setminus \{7\}$ j) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{ 0; \frac{1}{3} \right\}$ k) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ l) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$

m) $D = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$ n) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ o) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$ p) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-6\}$

2. a) $\frac{4}{3}a$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{ \}$ b) $-\frac{3}{b}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ c) $\frac{2}{5}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ d) $-\frac{2}{3}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

e) $\frac{5}{2}c$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ f) 2 $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ g) 1 $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ h) $\frac{4}{4+x}D = \mathbb{Q} \setminus \{-4\}$

i) $\frac{9-a}{a^2-81}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-9; 9\}$ j) $\frac{y^2(y-1)}{y+1}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 1\}$

k) $\frac{1-x}{1+x}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 1\}$ l) 1 $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

3. a) $\frac{4}{12}x$ $D = \mathbb{Q}$ b) $\frac{4trs}{t^2}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

c) $\frac{3(z-1)}{3(z+1)}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ d) $\frac{e^2 f}{e(e+2)}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 0\}$

e) $\frac{(k-1)(k+1)}{(k+1)(k+1)}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ f) $\frac{2(u+1)(u-1)}{(3u-1)(u-1)}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{ \frac{1}{3}; 1 \right\}$

g) $\frac{2x(x-2)^2(x-2)}{(x+2)(x-2)}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$

Übungsblatt: Gleichungen Rätsel

Lösung zu 2:

Je sieben volle, halbvolle und leere Weinfässer sollen gerecht unter drei Brüdern verteilt werden, ohne daß dabei Wein umgefüllt werden muß.

Bezeichnet man die Zahl der vollen, der halbvollen und der leeren Fässer für jeweils einen der Brüder mit

v, h und l, so muß die Gleichung $v + h + l = 7$ gelten. ,

Da es insgesamt $7 \cdot 1 + 7 \cdot 1/2 + 7 \cdot 0 = 10,5$ Fässer Wein gibt, erhält jeder der Brüder $1/3 \cdot 10,5 = 7/2$

Fässer Wein. Darum muß die Beziehung $v \cdot 1 + h \cdot 1/2 + l \cdot 0 = 7/2$ oder $2v + h = 7$ erfüllt sein. Daraus erhält man $v = l$. Jeder Bruder bekommt also genauso viele volle wie leere Fässer. Da der jüngste Bruder ein leeres Faß kriegt, muß er auch ein volles und folglich noch fünf halbvolle bekommen. Durch Probieren ergibt sich: Die beiden anderen Brüder bekommen drei volle und drei leere Fässer und ein halbvolles Faß.

Lösung zu 3:

Ein Wasserbehälter des Volumens V soll von vier unterschiedlich leistungsfähigen Pumpen gefüllt werden.

$V + V/2 + V/3 + V/6$ in einer Stunde, multipliziert mit dem Hauptnenner 6:

$6V + 3V + 2V + V = 12 V$ in 6 Stunden. Das Volumen ist demnach in $1/12$ dieser Zeit gefüllt, also in einer halben Stunde.