Übungsblatt Gleichungssysteme Klasse 8

Aufgabe 1: Berechne die Lösungen des Gleichungspaares:

(I) $y + 2x = 2$ (II) $4y - 7x = 3$

Kontrolliere durch Einsetzen.

Aufgabe 2: Löse mit dem Additionsverfahren:

(I) $7x + 11y = -6$
(II) $9x + 12y = 3$

Aufgabe 3 : Gegeben ist folgendes lineare Gleichungssystem

(I) $5x - 2y = 3$
(II) $x + 4y = 16$

Bestimme die Lösung zeichnerisch und überprüfe das Ergebnis durch Einsetzen.

Aufgabe 4: Berechne die Lösungsmenge:

(I) $27x - 18y = 63$
(II) $-0{,}6x + 0{,}4y = -1{,}6$

Aufgabe 5 : Bestimme die Lösungsmenge :

(I) $y - \frac{1}{12} = \frac{1}{12} - \frac{1}{3}x$ (II) $\frac{2y}{5} + \frac{3}{10} = 1 - \frac{x}{2}$

Aufgabe 6: Vergrößert man die Länge eines Rechtecks um 2 cm und verkleinert die Breite um 1 cm, dann bleibt der Flächeninhalt unverändert. Verkleinert man die Länge um 1 cm und vergrößert man die Breite um 2 cm, dann nimmt der Flächeninhalt um 12 cm² zu. Berechne die Länge und die Breite des Rechtecks.

Aufgabe 7: Tinas Tante sagt zu Tina: „Vor fünf Jahren war ich dreimal so alt wie du jetzt bist. Zusammen sind wir jetzt fünfmal so alt wie du vor zwei Jahren warst.“ Wie alt sind Tina und ihre Tante?

Aufgabe 8: Löse folgendes Gleichungssystem:

$$
\begin{array}{ll}
I & -x + 3y + 2z = 7 \\
II & 2x + y - 4z = 0 \\
III & 3x - 2y + 4z = -17
\end{array}
$$

Überblick Funktionen Klasse 8

Niemals vergessen: Die Normalform der Geradengleichung lautet : f(x) = mx + b

Welche graphische Bedeutung hat m?_____________________, welche hat b?________________________

1. Bestimmen der *Steigung* einer Geraden

a) geg.: Geradengleichung

Beispiel: f(x) = 3x + 7 → *Steigung: m = 3*

Der Faktor vor dem x stellt die Steigung der Geraden dar.

b) geg.: zwei Punkte (die auf der Geraden liegen)

Beispiel: A(3; 5) und B(7;9) → *Steigung:* $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{9-5}{7-3} = \dfrac{4}{4} = 1$

$\boxed{x_1}$ $\boxed{y_1}$ $\boxed{y_2}$ $\boxed{x_2}$

2. *Zeichnen* von Geraden

a) geg.: zwei Punkte (die auf der Geraden liegen)

Beispiel: A(3;4) und B(5;7)

Koordinatensystem zeichnen, Punkte einzeichnen, Gerade hindurch zeichnen.

b1) geg.: Steigung und ein Punkt (der auf der Geraden liegt)

Beispiel: $m = \dfrac{1}{3}$ *P(3;5)*

Koordinatensystem zeichnen, Punkt einzeichnen, vom Punkt aus Steigungsdreieck einzeichnen.
Damit hat man zwei Punkte und kann die Gerade zeichnen.

b2) geg.: Zuordnungsvorschrift

Beispiel 1: *f(x) = 2x - 4*

y-Achsen-Schnittpunkt (0; -4) einzeichnen. Von dort aus dann Steigungsdreieck zeichnen und wie in b1 vorgehen. (Steigungsdreieck: immer 1 nach rechts und m nach oben bzw. unten, wenn m negativ.)

Sonderfall: Gebrochen rationale Steigung: m = $\dfrac{3}{4}$ Steigungsdreieck: 4 nach rechts, 3 nach oben.

3. Bestimmen der *Geradengleichung* bzw. der Zuordnungsvorschrift

a) geg.: Steigung und ein Punkt (der auf der Geraden liegt)

Beispiel: $m = \frac{1}{3}$ *P(3;5)*

Steigung istschon gegeben, also fehlt noch y-Achsen-Abschnit. Dazu geht man wie folgt vor:

Normalform aufschreiben: $f(x) = mx + b \xrightarrow{\text{einsetzen}} 5 = \frac{1}{3} \cdot 3 + b \xrightarrow{\text{nach b umstellen}} 5 - \frac{3}{3} = b$

$\Rightarrow$ b = 4

Geradengleichung: $f(x) = \frac{1}{3}x + 4$

b1) geg.: Zwei Punkte (die auf der Geraden liegen, von denen aber einer auf der y-Achse liegt.)

Beispiel: A(3;4) und B(0;7)

Steigung (m) ausrechnen wie in 1b. y-Achsen-Abschnitt (b) ist 7. ***Gleichung:*** *f(x) = -x + 7*

b2) geg.: Zwei Punkte (die auf der Geraden liegen)

Beispiel: A(3;4) und B(5;7)

1) Steigung bestimmen (s.o.) $m = \frac{7-4}{5-3} = \frac{3}{2}$

2) y-Achsen-Abschnitt bestimmen

$$f(x) = mx + b \Rightarrow b = f(x) - mx \xrightarrow{\text{einsetzen}} b = 4 - \frac{3}{2} \cdot 3 = 4 - \frac{9}{2} = -\frac{1}{2}$$

→ ***Geradengleichung:*** $f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

4. *Nullstellen* bestimmen

Graphisch: **NS sind die Stellen an denen der Graph die x-Achse schneidet.**

Will man diese Stellen als Punkte angeben, so ist die y Koordinate jeweils Null.

Algebraisch: **Man kann also auch sagen: Wo der Funktionswert 0 ist, befindet sich eine Nullstelle der Funktion.**

Um diese Stellen zu berechnen setzt man den Funktionswert gleich null und löst die Gleichung nach x auf.

Beispiel: $f(x) = \frac{2}{3}x - 8$

Nullstelle: $0 = \frac{2}{3}x - 8 \quad \Rightarrow 8 = \frac{2}{3}x \quad \Rightarrow 8 \cdot \frac{3}{2} = x \quad \Rightarrow 12 = x$

Übungsblatt Bruchterme Klasse 8

1. Bestimme die Definitionsmenge folgender Bruchterme

Tipp: Um besser überschauen zu können, wann ein Bruchterm nicht definiert ist (d.h. wann der Nenner Null wird), ist es oft sehr sinnvoll, den Nenner, wenn möglich, in ein Produkt zu verwandeln. Dies kann man entweder durch ***Ausklammern*** oder durch ***Anwendung einer binomischen Formel*** erreichen.

Beispiel: $\frac{3x}{2x-x^2}=\frac{3x}{x(2-x)}$ (Im Nenner wurde der Faktor x aus beiden Summanden ausgeklammert.)

(Im so entstandenen zweiten Term ist viel leichter zu sehen, wann der Nenner Null wird; nämlich für x = 0 und für x = 2.) Es gilt also: **D = Q \ {0 ; 2 }**

$a)\ \frac{x-1}{x}$ $b)\ \frac{y}{y-1}$ $c)\ \frac{a+1}{2a-1}$ $d)\ \frac{8-u}{2u+8}$ $e)\ \frac{1}{1+4z}$ $f)\ \frac{2s-3}{3(s-1)}$

$g)\ \frac{2x}{x^2-4}$ $h)\ \frac{2}{z^2+4}$ $i)\ \frac{z}{(z-7)^2}$ $j)\ \frac{x+1}{(3y-1)\cdot 2y}$ $k)\ \frac{2(a^2-1)}{a^3+a^2}$

$l)\ \frac{4x}{x^3+x}$ $m)\ \frac{2x^2-1}{x^2-2x+1}$ $n)\ \frac{z-6}{4z^2-12z+9}$ $o)\ \frac{12x}{9-x^2}$ $p)\ \frac{f^2-3}{36+12f+f^2}$

2. Kürze so weit wie möglich und gib die Definitionsmenge an.

Achtung: Beim Erweitern und Kürzen eines Bruchterms muss man alle die Einsetzungen ausschließen, für die der ursprüngliche Bruchterm nicht definiert ist, **und** alle Einsetzungen, für die der erweiterte bzw. gekürzte Bruchterm nicht definiert ist.

$a)\ \frac{24a}{18}$ $b)\ \frac{-45}{15b}$ $c)\ \frac{18x}{45x}$ $d)\ \frac{(-4x)\cdot 6}{12\cdot 3x}$ $e)\ \frac{25c^2}{10c}$ $f)\ \frac{2x^2}{(-x)^2}$

$g)\ \frac{1+x}{x+1}$ $h)\ \frac{4}{4+x}$ $i)\ \frac{9-a}{a^2-81}$ $j)\ \frac{y^4-y^2}{(y+1)^2}$ $k)\ \frac{1-x^2}{x^2-2x+1}$ $l)\ \frac{x}{x}$

3. Erweitere die Bruchterme wie angegeben. Bestimme die Definitionsmenge.

$a)\ \frac{x}{3}\ mit\ 4$ $b)\ \frac{4rs}{t}\ mit\ t$ $c)\ \frac{z-1}{z+1}\ mit\ 3$ $d)\ \frac{ef}{e+2}\ mit\ e$ $e)\ \frac{k-1}{k+1}\ mit\ k+1$

$f)\ \frac{2(u+1)}{3u-1}\ mit\ u-1$ $g)\ \frac{2x(x-2)^2}{x+2}\ mit\ x-2$

Übungsblatt **Binomische Formeln** **Klasse 8**

1) ergänze!

a) $(p + q)^2 \quad = \quad + 2pq + p^2$
b) $(d - 5)^2 \quad = \quad - 10d + 25$
c) $(6 + x)^2 \quad = \quad + 12x + x^2$
d) $(2x + 3)^2 \quad = \quad + 12x + 9$
e) $(4 - m)^2 \quad = \quad 16 - 8m +$
f) $(9 + 3y)^2 \quad = \quad 81 + 54y +$
g) $(3x - 5)(3x + 5) \quad = \quad - 25$
h) $\left(\frac{1}{2}a + b\right)^2 \quad = \quad + ab + b^2$
i) $\left(\frac{3}{4}m - 1\right)\left(\frac{3}{4}m + 1\right) \quad = \quad - 1$

2) ergänze + oder - !

a) $(x + 8)^2 \quad = \quad x^2 \quad 16x \quad 64$
b) $(p \quad 2q)^2 \quad = \quad p^2 - 4pq + 4q^2$
c) $(2 \quad a)(2 \quad a) \quad = \quad 4 \quad a^2$
d) $(9 \quad 14)^2 \quad = \quad 81 \quad 252 \quad 196$

Tipp:
a) Lerne die Quadratzahlen bis 25² auswendig. Damit wirst du schneller!!
b) Rechne jeden dritten Aufgabenblock so schnell du kannst; das trainiert deine Schnelligkeit.

3) ergänze!

a) $(x + 2)^2 \quad = x^2 + \quad + 4$
b) $(a - 4)^2 \quad = a^2 - \quad + 16$
c) $(1 + b)^2 \quad = 1 + \quad + b^2$
d) $(3 - y)^2 \quad = 9 - \quad + y^2$
e) $(m - \frac{1}{2})^2 \quad = m^2 - \quad + \frac{1}{4}$

4) Wende die binomische Formel an!

a) $(t + 15)^2 =$
b) $(14 + v)^2 =$
c) $(e + 11)^2 =$
d) $(d + 13)^2 =$
e) $(21 + n)^2 =$

5) Wende die binomische Formel an!

a) $(8 - p)^2 =$
b) $(x - 17)^2 =$
c) $(18 - y)^2 =$
d) $(y - 16)^2 =$
e) $(d - 20)^2 =$

6) Berechne

a) $(q + 19)(q - 19) =$
b) $(b - 26)(b + 26) =$
c) $(t + 23)(t - 23) =$
d) $(24 - m)(24 + m) =$
e) $(y - 35)(y + 35) =$

7) Berechne!

a) $(15 + k)^2 =$
b) $(b - 4)(b + 4) =$
c) $(c + 6)(c - 6) =$
d) $(x + 10)^2 =$
e) $(11 - q)(11 + q) =$

8) Berechne!

a) $(x - 0{,}2)(x + 0{,}2) =$
b) $(0{,}1 - x)(0{,}1 + x) =$
c) $(x + 4{,}5)(x - 4{,}5) =$
d) $(x + 4{,}2)(x - 4{,}2) =$
e) $(x - 0{,}75)(x + 0{,}75) =$

9) Wende die binomischen Formeln an!

a) $(d - 1/5)^2 =$
b) $(a + 2/3)^2 =$
c) $(7/9 + a)^2 =$

10) Berechne!

a) $(3x - 1)(3x + 1) =$
b) $(5 + 2x)(5 - 2x) =$
c) $(4x + 8y)(4x - 8y) =$

11) Wende die binomischen Formeln an!

a) $(a^2 + 1)^2 =$
b) $(x^2 - y^2)^2 =$
c) $(6f^2 + 9)^2 =$
d) $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2) =$
e) $(x^2 - 9)(x^2 + 9) =$

12) Berechne und fasse zusammen!

a) $(a + b)^2 + (a - b)^2 =$
b) $(x + 4)^2 - (x - 1)^2 =$
c) $(2u - v)^2 + (2u + v)^2 =$
d) $(5 + m)^2 - (3 - m)^2 =$
e) $(7a - 1)^2 + (3a + 1)^2 =$

Lösungen Binomische Formeln Klasse 8

1) ergänze!

a) $(p + q)^2 = p^2 + 2pq + p^2$
b) $(d - 5)^2 = d^2 - 10d + 25$
c) $(6 + x)^2 = 36 + 12x + x^2$
d) $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$
e) $(4 - m)^2 = 16 - 8m + m^2$
f) $(9 + 3y)^2 = 81 + 54y + 9y^2$
g) $(3x - 5)(3x + 5) = 9x^2 - 25$
h) $\left(\frac{1}{2}a + b\right)^2 = \frac{1}{4}a^2 + ab + b^2$
i) $\left(\frac{3}{4}m - 1\right)\left(\frac{3}{4}m + 1\right) = \frac{9}{16}m^2 - 1$

2) ergänze + oder - !

a) $(x + 8)^2 = x^2 + 16x + 64$
b) $(p - 2q)^2 = p^2 - 4pq + 4q^2$
c) $(2 + a)(2 - a) = 4 - a^2$
d) $(9 + 14)^2 = 81 + 252 + 196$
oder $(9 - 14)^2 = 81 - 252 + 196$

3) ergänze!

a) $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$
b) $(a - 4)^2 = a^2 - 8a + 16$
c) $(1 + b)^2 = 1 + 2b + b^2$
d) $(3 - y)^2 = 9 - 6y + y^2$
e) $(m - \frac{1}{2})^2 = m^2 - m + \frac{1}{4}$

4) Wende die binomische Formel an!

a) $(t + 15)^2 = t^2 + 30t + 225$
b) $(14 + v)^2 = 196 + 28v + v^2$
c) $(e + 11)^2 = e^2 + 22e + 121$
d) $(d + 13)^2 = d^2 + 26d + 169$
e) $(21 + n)^2 = 441 + 42n + n^2$

5) Wende die binomische Formel an!

a) $(8 - p)^2 = 64 - 16p + p^2$
b) $(x - 17)^2 = x^2 - 34x + 289$
c) $(18 - y)^2 = 324 - 36y + y^2$
d) $(y - 16)^2 = y^2 - 32y + 256$
e) $(d - 20)^2 = d^2 - 40d + 400$

6) Berechne

a) $(q + 19)(q - 19) = q^2 - 361$
b) $(b - 26)(b + 26) = b^2 - 676$
c) $(t + 23)(t - 23) = t^2 - 529$
d) $(24 - m)(24 + m) = 576 - m^2$
e) $(y - 35)(y + 35) = y^2 - 1225$

7) Berechne!

a) $(15 + k)^2 = 225 + 30k + k^2$
b) $(b - 4)(b + 4) = b^2 - 16$
c) $(c + 6)(c - 6) = c^2 - 36$
d) $(x + 10)^2 = x^2 + 20x + 100$
e) $(11 - q)(11 + q) = 121 - q^2$

8) Berechne!

a) $(x - 0{,}2)(x + 0{,}2) = x^2 - 0{,}04$
b) $(0{,}1 - x)(0{,}1 + x) = 0{,}01 - x^2$
c) $(x + 4{,}5)(x - 4{,}5) = x^2 - 20{,}25$
d) $(x + 4{,}2)(x - 4{,}2) = x^2 - 17{,}64$
e) $(x - 0{,}75)(x + 0{,}75) = x^2 - 0{,}5625$

9) Wende die binomischen Formeln an!

a) $(d - 1/5)^2 = d^2 - \frac{2}{5}d + \frac{1}{25}$
b) $(a + 2/3)^2 = a^2 + \frac{4}{3}a + \frac{4}{9}$
c) $(7/9 + a)^2 = \frac{49}{81} + \frac{14}{9}a + a^2$

10) Berechne!

a) $(3x - 1)(3x + 1) = 9x^2 - 1$
b) $(5 + 2x)(5 - 2x) = 25 - 4x^2$
c) $(4x + 8y)(4x - 8y) = 16x^2 - 64y^2$

11) Wende die binomischen Formeln an!

a) $(a^2 + 1)^2 = a^4 + 2a^2 + 1$
b) $(x^2 - y^2)^2 = x^4 - 2x^2y^2 + y^4$
c) $(6f^2 + 9)^2 = 36f^4 + 108f^2 + 81$
d) $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = a^4 - b^4$
e) $(x^2 - 9)(x^2 + 9) = x^4 - 81$

12) Berechne und fasse zusammen!

a) $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2a^2 + 2b^2$
b) $(x + 4)^2 - (x - 1)^2 = 10x + 15$
c) $(2u - v)^2 + (2u + v)^2 = 8u^2 + 2v^2$
d) $(5 + m)^2 - (3 - m)^2 = 16 + 16m$
e) $(7a - 1)^2 + (3a + 1)^2 = 58a^2 - 8a + 2$

Übungsblatt **Arithmetik** **Klasse 8**

1) Löse Klammern auf und berechne!

a) $(5r + 2s) + (6r + 7s)$	=
b) $(10a + 8b) + (5a - 3b)$	=
c) $(24x + 18y) - (16x + 9y)$	=
d) $(60a - 20b) - (20a - 40b)$	=

2) Berechne!

a) $4 \cdot (14p - 15q)$	=
b) $x \cdot (x^2 + 9x)$	=
c) $60u - 3 \cdot (15u + 8)$	=
d) $14 \cdot (3s + 4t) - 8 \cdot (5s - 3t)$	=
e) $3 \cdot [40x - 2 \cdot (5x + 8) + 10 \cdot (2 - x)]$	=

3) Klammere gemeinsame Faktoren aus (faktorisiere) und prüfe das Ergebnis durch Ausmulti-
plizieren nach!

a) $2pr^2 + 2prh$	=
b) $72x^3 + 48x^2 - 96x$	=
c) $57a^2 - 21ab - 42ac$	=
d) $x^2 - 3x + xy - 3y$	=

4) Berechne!

a) $(13a - 13b) : 13$	=
b) $(18x + 27y) : 9$	=
c) $(12px - 18qx) : 6x$	=
d) $(24qr - 21qs + 9q) : (-3q)$	=

5) Löse durch vorheriges Faktorisieren!

a) $(9ab^2 - 6a^2b) : 3ab$	=
b) $(1{,}5uv - 2ux + 3{,}5u^2) : 0{,}5u$	=
c) $(8a + 4b) : (2a + b)$	=
d) $(3a^2 - 27) : (a - 3)$	=
e) $(16x^2 - 4y^2) : (2x + y)$	=

Lösungen zum Übungsblatt Arithmetik Klasse 8

1) Löse Klammern auf und berechne!

a) (5r + 2s) + (6r + 7s)	= 5r + 2s + 6r + 7s	= 11r + 9s
b) (10a + 8b) + (5a - 3b)	= 10a + 8b + 5a - 3b	= 15a +5b
c) (24x + 18y) - (16x + 9y)	= 24x + 18y - 16x - 9y	= 8x +9y
d) (60a - 20b) - (20a - 40b)	= 60a - 20b - 20a + 40b	= 40a + 20b

2) Berechne!

a) $4 \cdot (14p - 15q)$	$= 56p - 60q$	
b) $x \cdot (x^2 + 9x)$	$= x^3 + 9x^2$	
c) $60u - 3 \cdot (15u + 8)$	$= 60u - 45u - 24$	$= 15u - 24$
d) $14 \cdot (3s + 4t) - 8 \cdot (5s - 3t)$	$= 42s + 56t - 40s + 24t$	$= 2s + 80t$
e) $3 \cdot [40x - 2 \cdot (5x + 8) + 10 \cdot (2 - x)]$	$= 3 \cdot [40x - 10x - 16 + 20 - 10x]$ $= 120x - 30x - 48 + 60 - 30x$ $= 60x + 12$	

3) Klammere gemeinsame Faktoren aus (faktorisiere) und prüfe das Ergebnis durch Ausmultiplizieren nach!

a) $2pr^2 + 2prh$	$= 2pr \cdot (r + h)$
b) $72x^3 + 48x^2 - 96x$	$= 12x \cdot (6x^2 + 4x - 8)$
c) $57a^2 - 21ab - 42ac$	$= 3a \cdot (19a - 7b - 14c)$
d) $x^2 - 3x + xy - 3y$	$= x \cdot (x - 3) + y \cdot (x - 3) = (x - 3) \cdot (x + y)$

4) Berechne!

a) (13a - 13b) : 13	$= \frac{(13a - 13b)}{13} = \frac{13 \cdot (a - b)}{13} = a - b$
b) (18x + 27y) : 9	$= \frac{(18x + 27y)}{9} = \frac{9 \cdot (2x + 3y)}{9} = 2x + 3y$
c) (12px - 18qx) : 6x	$= \frac{(12px - 18qx)}{6x} = \frac{6x \cdot (2p - 3q)}{6x} = 2p - 3q$
d) (24qr - 21qs + 9q) : (-3q)	$= \frac{-3q \cdot (-8r + 7s - 3)}{-3q} = -8r + 7s - 3$

5) Löse durch vorheriges Faktorisieren!

a) $(9ab^2 - 6a^2b) : 3ab$	$= \frac{3ab \cdot (3b - 2a)}{3ab} = 3b - 2a$
b) $(1{,}5uv - 2ux + 3{,}5u^2) : 0{,}5u$	$= \frac{0{,}5u \cdot (3v - 4x + 7u)}{0{,}5u} = 3v - 4x + 7u$

c) $(8a + 4b) : (2a + b)$	$= \frac{4 \cdot (2a+b)}{2a+b} = 4$
d) $(3a^2 - 27) : (a - 3)$	$= \frac{3 \cdot (a^2-9)}{a-3} = \frac{3 \cdot (a-3) \cdot (a+3)}{a-3} = 3 \cdot (a+3) = 3a+9$
e) $(16x^2 - 4y^2) : (2x + y)$	$= \frac{4 \cdot (4x^2-y^2)}{2x+y} = \frac{4 \cdot (2x-y)(2x+y)}{2x+y} = 4(2x-y) = 8x-4y$